

MONITOREO EN LINEA DE UN BIOREACTOR CONTINUO EMPLEANDO OBSERVADORES DE MODO DESLIZANTE

ON-LINE MONITORING OF A CONTINUOUS BIOREACTOR USING SLIDING-MODE OBSERVERS

R. Aguilar-López^{1*}, G. Soto-Cortés¹ y M.I. Neria-González²

¹ Departamento de Energía. Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco
Av. San Pablo No. 180, Reynosa-Tamaulipas, Azcapotzalco, C.P. 02200, D.F. México.

² Departamento de Microbiología. Escuela Nacional de Ciencias Biológicas.

Recibido 4 de Junio 2005; Aceptado 4 de Diciembre 2005

Resumen

El presente trabajo estudia el problema de la estimación en línea de la tasa de consumo de sustrato (considerada como una incertidumbre no modelada), concentración de sustrato y biomasa en un reactor biológico en operación continua, empleando un reconstructor de incertidumbres basado en un observador de tipo modo deslizante. La metodología propuesta consiste en un algoritmo computacional que emplea mediciones de la concentración de sustrato contaminadas por ruido blanco; bajo el marco de conceptos de álgebra diferencial se efectúa el diseño del estimador referido, en donde la condición de observabilidad del par salida medible-incertidumbre es fácilmente realizable y la estructura del observador es simple, lo cual podría llevar a una fácil implementación. Se efectúa un análisis de convergencia de la metodología sugerida empleando técnicas de promedio y el desempeño correspondiente es ilustrado por medio de experimentos numéricos.

Palabras clave: bioreactor, monitoreo cinético, mediciones con ruido, observador de modo deslizante.

Abstract

This paper deals about the on-line estimation of the substrate consumption rate (considered as no modeled dynamic) and the corresponding state estimation for biomass and substrate concentrations in a continuous stirred bioreactor. The estimation procedure is done via an uncertainty reconstructor based sliding-mode observer. The proposed methodology consider measured output corrupted by white noise, and under the frame of the differential-algebra the observability condition of the pair uncertainty-measured output and the corresponding observer structure is easily done, which can lead to feasible implementation. The convergence analysis for the proposed sliding-mode observer considering corrupted measurements is done applying averaging techniques, where is concluded, that in average, the observer converge to the real status numerical simulations illustrate the observer performance.

Keywords: bioreactor, on-line kinetic monitoring, noisy measurements, sliding-mode observer.

1. Introducción

El monitoreo en línea de incertidumbres no estructuradas o dinámicas no modeladas en procesos con comportamiento no lineal ha sido ampliamente estudiado en los últimos años. Desde la metodología propuesta por Sthepanopoulos (1984) en donde se estiman términos cinéticos a partir de las ecuaciones de balances de masa en estado estacionario, pasando por la versión dinámica de la anterior metodología, desarrollada por Schuler y Schmith (1995) y Aguilar y col (1996) y posteriores esquemas de observación (Aguilar y col. 1997) se a intentado diseñar metodologías más robustas en el sentido de lograr un adecuado desempeño en la estimación

correspondiente, bajo la presencia de perturbaciones en el sistema, ruido en la mediciones y no linealidades más severas. Considerando lo anterior, se ha incrementado el empleo de herramientas de estimación basadas en redes neuronales, observadores no lineales, etc. Como es conocido, los observadores de modo deslizante poseen propiedades intrínsecas de robustez y estabilidad para un amplio espectro de sistemas lineales y varios de naturaleza no lineal (Slotin y Yu, 1994). Sin embargo, uno de los principales problemas para el análisis de los observadores de modo deslizante es el considerar la presencia de ruido en las mediciones y el determinar analíticamente las condiciones en las cuales el observador continua presentado de convergencia.

*Autor para la correspondencia: E-mail: raguilar@correo.azc.uam.mx
Fax: + 52 55 5394 7378

Una primera solución a este problema la presentó Martínez-Guerra y col (2004) en donde mediante un análisis de Lyapunov se proporciona el dominio de convergencia del observador; otro enfoque es el relacionado con el empleo de técnicas de promediado en donde se considera que las perturbaciones son caracterizadas por una estadística Gaussiana y se concluye que en promedio el error de estimación se encuentra en una vecindad de radio r alrededor del origen, pero este tipo de análisis se ha aplicado de forma preferente a controladores de modo deslizante no a observadores. Por otro lado se utilizan herramientas de álgebra diferencial con el objetivo de transformar al sistema a una forma canónica de observabilidad y sobre esta representación alternativa se diseña el observador correspondiente, teniéndose una estructura más simple que la correspondiente en el espacio de estados original. En particular en el presente trabajo, se pretende realizar el diseño de un observador de incertidumbres de tipo modo deslizante y evaluar mediante técnicas de promediado sus propiedades de convergencia, lo anterior aplicado a un caso de interés en ingeniería de reactores.

2. Caso de estudio

La operación, el monitoreo en línea y control de procesos biológicos ha sido de gran interés en los últimos años, debido a la gran importancia industrial de este tipo de sistemas que están relacionados con la producción de insumos para la industria farmacéutica, de alimentos, de tratamiento de efluentes contaminados, etc. Sin embargo, por la naturaleza intrínseca de los procesos biológicos la falta de mediciones en línea de las principales variables de operación, como velocidades de respiración de micro-organismos, velocidades de consumo de sustrato, concentraciones de biomasa, metabolitos producidos, etc., que sean rápidas y confiables ha ocasionado un problema para lograr la correcta operación de este tipo de procesos. En el caso bajo estudio, se propone una metodología basada en un observador de estados acoplado con un estimador de incertidumbres que permite inferir la velocidad de consumo de sustrato, filtrar la concentración de sustrato y estimar la concentración de biomasa en un modelo simplificado de un reactor biológico de tanque agitado. Se eligió el modelo matemático de un bioreactor presentado por Tsao y Wu, (1994), en el que se describe el comportamiento dinámico de las concentraciones de sustrato y biomasa, y que para las condiciones de operación seleccionadas, presenta un comportamiento oscilatorio. El modelo se construye a partir de balances de masa estándar, generándose el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales:

Balance para biomasa:

$$\dot{X}_1 = -DX_1 + \mu(X_2)X_1 \quad (1)$$

Balance para sustrato:

$$\dot{X}_2 = D(X_{2f} - X_2) - \Omega_1(X_1, X_2) \quad (2)$$

Dinámica de la cinética de consumo de sustrato:

$$\dot{\Omega}_1 = F(X_1, X_2) \quad (3)$$

Salida medible:

$$Y = X_2 \quad (4)$$

donde $\Omega_1(X_1, X_2) = \mu(X_2)X_1/Y_d$, representa la incertidumbre considerada, Y_d es el coeficiente de producción, D es la tasa de dilución y μ es la velocidad de crecimiento específico.

3. Metodología

Considerando que la concentración de sustrato, contabilizada mediante la Demanda Química de Oxígeno (DQO) es una medición efectuada rutinariamente en procesos biológicos, se toma como la salida medible del proceso con el propósito del diseño del observador, esta medición se asume contaminada por ruido blanco, el objetivo es construir un esquema de estimación robusto para monitorear la dinámica de la velocidad de reacción $\Omega_1(X_1, X_2) = \mu(X_2)X_1/Y_d$ (considerada como la incertidumbre no modelada) filtrar de ruido la medición de la concentración de sustrato, mediante el observador de modo deslizante y posteriormente estimar la concentración de biomasa a través de un filtro no lineal tipo Luenberger.

Ahora, es conocido que la concentración de biomasa es observable a partir de mediciones de DQO, pero también hay que determinar la observabilidad de la incertidumbre considerada a partir de las mediciones realizadas, para este fin y a partir de conceptos de álgebra diferencial (Aguilar, et al, 2002; Martínez-Guerra, et al 1996), se introduce un concepto para definir la condición de incertidumbre algebraicamente observable:

DI. Un elemento \mathbf{X}_u perteneciente al campo \mathfrak{S} se dice que es una incertidumbre algebraicamente observable, si \mathbf{X}_u satisface una ecuación algebraica diferencial con coeficientes sobre el campo $k\langle u, y \rangle$.

El sistema (2)-(4) puede ser representado por el siguiente conjunto de ecuaciones algebraico-diferenciales:

$$X_2 - Y = 0 \quad (5)$$

$$\dot{Y} - D(X_{2f} - Y) + \Omega_1(X_1, Y) = 0 \quad (6)$$

Empleando **DI**, se concluye que el par $\{\Omega_1(X_1, X_2), X_2\}$ es universalmente observable en el sentido definido por Diop-Fliess (1991). Esto significa que el término incierto $\Omega_1(X_1, X_2)$ puede ser reconstruido a partir de mediciones de la concentración de sustrato Y . Ahora, la representación entrada-salida correspondiente al sistema dado por Ecs. (2) y (3) es dado por:

$$\ddot{Y} + D\dot{Y} = F(X_1, X_2) \quad (7)$$

La Ec. (7) puede ser representada en una forma canónica generalizada de observabilidad, empleando el siguiente cambio de variables:

$$\eta_i = \frac{d^{i-1}Y}{dt^{i-1}} \quad \text{para } i=1,2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= \Phi(\eta_1, \eta_2) \\ Y &= \eta_1 + \delta \end{aligned} \quad (9)$$

En donde $\delta \sim [0, \Delta]$ es ruido Gaussiano aditivo con media cero y covarianza Δ .

Proposición 1. El siguiente sistema dinámico es un observador del sistema dado por (9):

$$\dot{\hat{\eta}}_1 = \hat{\eta}_2 - m\tau^{-1}(Y - \hat{\eta}_1) \quad (10)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_2 = -m^2\tau^{-1}(Y - \hat{\eta}_1) + m^2\tau^{-1} \text{sgn}(Y - \hat{\eta}_1) \quad (11)$$

en donde sgn es la función signo de sus argumentos. Para regresar el espacio de estados original, a partir de la Ec. (6) se evalúa la velocidad de reacción por la siguiente expresión:

$$\hat{X}_2 = D(X_{2f} - \hat{\eta}_1) - \hat{\eta}_2 \quad (12)$$

3.1 Comentarios sobre la convergencia del esquema propuesto

Definiendo los siguientes errores de estimación:

$$e_1 = \eta_1 - \hat{\eta}_1 \quad (13)$$

$$e_2 = \frac{\eta_2 - \hat{\eta}_2}{m} \quad (14)$$

Es posible construir la dinámica del vector del error de estimación:

$$\dot{E} = mAE + \Theta(\eta_1, \eta_2) \quad (15)$$

donde:

$$E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} \tau^{-1} & 1 \\ \tau^{-1} & 0 \end{bmatrix}; \Theta = \begin{bmatrix} \delta \\ \frac{\Phi}{m} + m\tau^{-1} \text{sgn}(e_1 + \delta) + \delta \end{bmatrix}$$

En principio, la presencia del término $\text{sgn}(e_1 + \delta)$ sugiere un estudio estocástico del sistema. Sin embargo es posible, dado las hipótesis consideradas, efectuar las siguientes simplificaciones basadas en técnicas de promedio: (Slotin, et al, 1987):

De esta forma, las ecuaciones promediadas de los errores de estimación están dadas por:

$$\dot{E}_a = mAE_a + \Sigma(\eta_1, \eta_2) \quad (16)$$

donde:

$$E_a = \begin{bmatrix} e_{1a} \\ e_{2a} \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -\tau^{-1} & 1 \\ -\tau^{-1} + \frac{\tau^{-1}}{\delta_0} & 0 \end{bmatrix}; \Sigma = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\Phi_a}{m} \end{bmatrix}$$

Considerando las hipótesis de que el término incierto y el ruido de medición son acotados, es

decir, $\Sigma \leq \Gamma$ y aplicando la desigualdad de Schuartz, es posible determinar una cota para el error de estimación, por lo que resolviendo (16), se tiene

$$\|E_a\| \leq j \exp(-m\rho t) \left[\|E_{a0}\| - \frac{j\Gamma}{m^2\rho} \right] + \frac{j\Gamma}{m^2\rho} \quad (17)$$

considerando el límite, cuando $t \rightarrow \infty$:

$$\|E_a\| \leq \frac{j\Gamma}{m^2\rho} \quad (18)$$

La desigualdad anterior implica que el error de estimación se puede disminuir lo suficiente eligiendo la ganancia del observador m lo suficientemente grande.

4. Resultados y conclusiones

Con el fin de ilustrar el comportamiento de la metodología propuesta, se efectuaron simulaciones numéricas en una computadora personal considerando mediciones de la concentración de sustrato con $\delta = \pm 2$ g/l de ruido blanco, adicionalmente se incluye una perturbación senoidal en la concentración de sustrato de entrada de $X_{2e} = X_{2e0} + 4\text{sen}(\pi t)$.

Con fines comparativos de efectuaron simulaciones con un observador estándar tipo Luenberger y como se ve en la Fig. 1 este tipo de observador presenta un desempeño relativamente pobre en relación a la presencia de la perturbación considerada y el tiempo de convergencia es mayor. El observador propuesto alcanza las trayectorias reales generadas por la simulación del modelo del birreactor de forma satisfactoria, como se puede ver en la Fig. 2 correspondiente, en donde se tiene un tiempo de convergencia menor que en el caso anterior y una mayor capacidad para compensar la perturbación en el flujo de entrada; se implementó además un observador de Luenberger no lineal con el fin de estimar también la concentración de la biomasa en el reactor. Se puede apreciar robustez contra perturbaciones continuas y el ruido en medición considerado.

Referencias

- Aguilar, R., Alvarez, J., González, J. y Barrón, M. A. (1996). A strategy to regulate continuous fermentation process with unknown reaction rates. *Journal of Chemical Technology and Biotechnology* 37(4), 357-361.
- Aguilar, R., González, J., Alvarez, J. y Barrón, M.A. (1997). Temperature regulation of a class of continuous chemical reactor based on a nonlinear Luenberger-like observer. *Journal of Chemical Technology and Biotechnology* 70 (3), 209-216.
- Aguilar, R., Martínez-Guerra, R. y Poznyak, A. (2002). Reaction heat estimation in continuous chemical reactors using high gain observers.

The Chemical Engineering Journal 87(3), 351-356.

Diop, S. y Fliess, M. (1991). On nonlinear observability. *Proc. First European Cont. Conf.*, 152-157.

Martínez-Guerra, R. y de León-Morales, J. (1996). Nonlinear estimators: A differential algebraic approach. *Applied Mathematics Letters* 4, 21-25.

Slotine, J., Hendricks, J. y Misawa, E. (1987). On sliding observers for nonlinear systems. *J. Dyn. Meas. & Control* 109, 245-252.

Slotine, J. y Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice Hall. New Jersey.

San, K.Y. y Stephanopoulos, G. (1984). Studies on on-line bioreactor identification. II. Numerical and experimental results. *Biotechnology and Bioengineering* 26, 1189-1984.

Tsao, J. H. y Wu, W. T. (1994). Global control of a continuous stirred tank bioreactor. *Chemical Engineering Journal* 56, B69-B74.

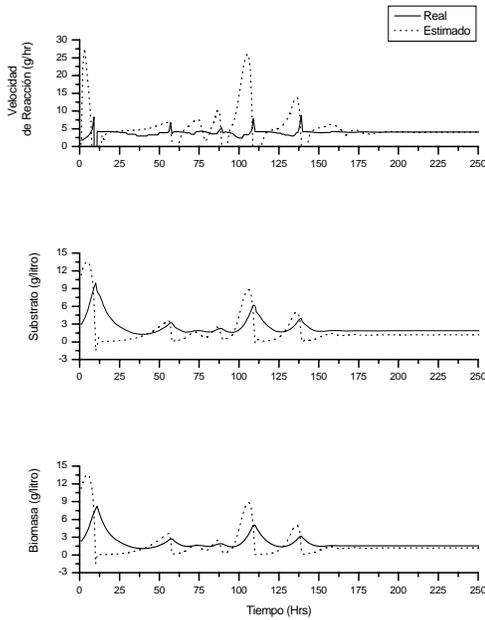


Fig. 1. Estimación con un estimador no lineal tipo Luenberger

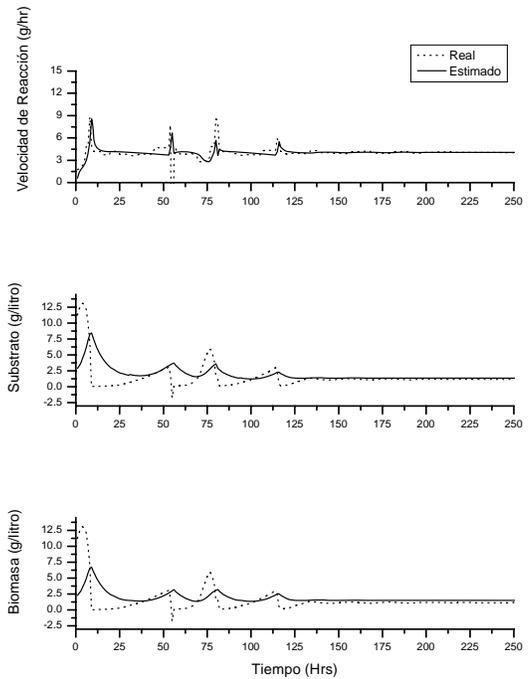


Fig. 2. Estimación con el estimador propuesto